

算数担当が、算数を教えつつ、いろいろなことを考えてみました。

$\pi=3.141592653\dots$

No23:「素因数分解」を利用してみた

令和8年1月15日
墨田区立柳島小学校
校長 近藤 幸弘
柳島小学校算数担当

●有名な「素因数分解」を用いて、最小公倍数・最大公約数を考えてみました。

この時期の6年生算数は復習内容です。5年生内容「最小公倍数・最大公約数」の問題がありました。あっさりと解いている児童が多かったので、ひと手間かけました。

素数の説明をして（「1と自分自身しか約数を持たない数。1は考えない。」と説明）、問題にある数値を素数のかけ算で表して（素因数分解）求めているように指示しました。

私の世代では中学1年生の時、「梯子」のように書く方法を習いましたが、それ以上のことを考えたことはありませんでした。しかしこの1年で、素因数分解＝素数によるかけ算表示と、最小公倍数・最大公約数の知識がつながってきました。

例 18と24の最大公約数・最小公倍数（梯子を書いていく）

2)	18	24	←小さい素数で割る（2つとも偶数なので÷2）
3)	9	12	←2では割れないので、次に小さい3で割る
2)	3	4	←3はそのまま。4だけ2で割る
		3	2	

最大公約数は $2 \times 3 = 6$ 、最小公倍数は $2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 = 72$

枠内について、18と24をそれぞれ素数のかけ算で表すことから考えてみます。

$18 = 2 \times 3 \times 3$ $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

- ・両者の共通部分は $2 \times 3 = 6$ …これが最大公約数。
- ・両者のかけ算が全て含まれるように、因数を最も少なくしてかけ算を作ると、

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ …これが最小公倍数。
24の部分 18の部分

このことを利用した中学受験の問題がありました（灘中学校平成28年）。思考力を試す、実に面白い問題です（実際に本校6年生に出題したことがあります）。

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{9} - \frac{1}{32} = \frac{1}{224} + \frac{1}{X} - \frac{2}{63} \quad (X \text{ を求める})$$

左辺の分母の数値を、それぞれ素数のかけ算で表すと、 $7=7$ 、 $9=3 \times 3$ 、 $32=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ 。上記を利用して左辺を通分するのは、かけ算が全て含まれるようにすればよいので、分母は $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2016$ です。左辺を計算すると、 $\frac{1}{2016}$ となります（実際に計算してみてください）。一方、右辺の分母の数値

も素数のかけ算で表すと、 $224=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7$ 、 $63=3 \times 3 \times 7$ です。

さて、この後は…右辺の分母も2016になるようにしていくことになります。1/Xの部分はどう処理するか…チャレンジしてみてください。今年もよろしくお願いします。