

算数担当が、算数を教えつつ、いろいろなことを考えてみました。
 $\pi=3.141592653\ldots$

No23：「素因数分解」を利用してみた

令和8年1月15日
墨田区立柳島小学校
校長 近藤 幸弘
柳島小学校算数担当

●有名な「素因数分解」を用いて、最小公倍数・最大公約数を考えてみました。

この時期の6年生算数は復習内容です。5年生内容「最小公倍数・最大公約数」の問題がありました。あっさりと解いている児童が多かったので、ひと手間かけました。

素数の説明をして（「1と自分自身しか約数を持たない数。1は考えない。」と説明）、問題にある数値を素数のかけ算で表して（素因数分解）求めてみるよう指示しました。

私の世代では中学1年生の時、「梯子」のように書く方法を習いましたが、それ以上のことを考えたことはありませんでした。しかしこの1年で、素因数分解＝素数によるかけ算表示と、最小公倍数・最大公約数の知識がつながってきました。

例 18と24の最大公約数・最小公倍数（梯子を書いていく）

$$\begin{array}{r} 2) \quad 18 \quad 24 \\ 3) \quad 9 \quad 12 \\ 2) \quad 3 \quad 4 \\ \hline & 3 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{小さい素数で割る (2つとも偶数なので}\div 2\text{)} \\ \leftarrow 2\text{では割れないで、次に小さい3で割る} \\ \leftarrow 3\text{はそのまま。4だけ2で割る} \end{array}$$

最大公約数は $2 \times 3 = 6$ 、最小公倍数は $2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 = 72$

枠内について、18と24をそれぞれ素数のかけ算で表すことから考えてみます。

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

・両者の共通部分は $2 \times 3 = 6$ …これが最大公約数。

・両者のかけ算が全て含まれるように、因数を最も少なくしてかけ算を作ると、

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72 \quad \cdots \text{これが最小公倍数。}$$

24の部分 18の部分

このことを利用した中学受験の問題がありました（灘中学校平成28年）。思考力を試す、実際に面白い問題です（実際に本校6年生に出題したことあります）。

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{9} - \frac{1}{32} = \frac{1}{224} + \frac{1}{X} - \frac{2}{63} \quad (X \text{を求める})$$

左辺の分母の数値を、それぞれ素数のかけ算で表すと、 $7=7$ 、 $9=3\times 3$ 、 $32=2\times 2\times 2\times 2\times 2$ 上記を利用して左辺を通分するのは、かけ算が全て含まれるようにすればよいので、分母は $2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 3\times 3\times 7=2016$ です。左辺を計算すると、 $\frac{1}{2016}$ となります（実際に計算してみてください）。一方、右辺の分母の数値も素数のかけ算で表すと、 $224=2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 7$ 、 $63=3\times 3\times 7$ です。

さて、この後は…右辺の分母も2016になるようにしていくことになります。 $1/X$ の部分をどう処理するか…チャレンジしてみてください。今年もよろしくお願いします。